

# Prozesse beim Lernen mit DGS: Aufzeichnung, Wiedergabe, Analyse

Christian Spannagel und Ulrich Kortenkamp

**Zusammenfassung.** Beim Lernen von Mathematik sind nicht nur mathematische Konzepte wichtig, sondern vor allem auch mathematische Prozesse. Dies gilt umso mehr, wenn Schülerinnen und Schüler einen experimentellen Zugang zur Mathematik finden sollen. Die Berücksichtigung von Prozessen in Lernsituationen führt allerdings zu einigen Problemen. So entstehen zum Beispiel Probleme, wenn Lernende und Lehrende sich nicht zur selben Zeit am selben Ort befinden. Auch die Analyse der Prozesse zu Rückmeldungs- und Bewertungszwecken ist arbeits- und zeitaufwändig. In diesem Artikel wird das Werkzeug CleverPHL vorgestellt, das den Umgang mit Prozessen auf vielfältige Weisen unterstützt. Das Modell der kognitiven Meisterlehre wird auf den Bereich des Lernens mit dynamischen Geometriesystemen (DGS) übertragen. Es wird anhand mehrerer Beispiele gezeigt, wie Aspekte des Modells unter Verwendung von DGS und unter Zuhilfenahme des Werkzeugs CleverPHL umgesetzt werden können.

## Einleitung

Schülerinnen und Schüler sollen in der Schule nicht nur Inhalte und Konzepte eines Fachs erlernen, sondern vor allem auch die Prozesse und Methoden, die für das Fach wesentlich sind (Parker & Rubin, 1966; Costa & Liebmann, 1997). Die Diskussion der für den Schulunterricht relevanten Inhalte wurde in der Mathematik vor allem über den Begriff der *fundamentalen Idee* bzw. *universellen Idee* geführt (Bruner, 1960; Schreiber, 1979, 1983; Schweiger, 1982; Heymann, 1996). Über die zentralen Inhaltsbereiche (wie beispielsweise *Zahl* und *Raum und Form*) hinaus wird in Bildungsstandards wie den NCTM-Standards (2000) oder den Bildungsstandards der KMK (2003, 2004) auch Prozessen eine wichtige Position eingeräumt. Hierzu zählt das *Problemlösen*, *Beweisen*, *Argumentieren*, *Modellieren* und *Kommunizieren*. Wenn *Mathematik lernen* als *Mathematik treiben* verstanden wird, ist die Fokussierung mathematischer Prozesse eine logische Konsequenz.

Werden Computer im Unterricht eingesetzt, so spielen neben den fachlichen auch diejenigen Prozesse eine Rolle, die zur Bedienung der Software notwendig sind. Wird beispielsweise ein dynamisches Geometriesystem (DGS) eingesetzt, so müssen sich die Lernenden nicht nur auf das (mathematische) *Konstruieren* und *Problemlösen* konzentrieren, sondern auch auf die Steuerung des Programms. So entsteht ein komplexes Gefüge auf mehreren Prozessebenen, das die Gefahr der Überforderung vor allem schwächerer Schüler birgt.

Darüber hinaus entstehen noch zahlreiche weitere Schwierigkeiten im Umgang mit Prozessen. Im Gegensatz zu reinem Faktenwissen sind diese schwieriger zu vermitteln und noch schwieriger zu überprüfen. Keine Lehrperson kann diese

bei allen Schülerinnen und Schüler angemessen verfolgen, unterstützen und bewerten, zumal in Klassensituationen viele Prozesse gleichzeitig ablaufen und die Lehrperson immer nur wenige davon aktiv beobachten kann. Bezieht man die Hochschullehre mit Massenveranstaltungen ein, so wird echte Prozessorientierung zu einem unmöglichen Unterfangen. Eine weitere Schwierigkeit entsteht, wenn Lernende und Lehrende sich nicht zur selben Zeit am selben Ort befinden, beispielsweise beim Online-Lernen. Hier können Prozesse nicht ohne weiteres demonstriert, beobachtet und bewertet werden. Darüber hinaus ist aus Forschungskontexten bekannt, dass die Analyse kompletter Lernprozesse mit höchst zeitaufwändigem Betrachten von Videoaufzeichnungen und mühsamen Transkriptionen verbunden ist. In all diesen Situationen kann Computerunterstützung einen nützlichen Beitrag leisten.

Alle obigen Überlegungen spielen eine besondere Rolle, wenn die Schülerinnen und Schüler im Unterricht oder in außerunterrichtlichen Situation einen experimentellen Zugang zur Mathematik wählen sollen. Die Dokumentation ihrer Arbeit und die Reflexion darüber erfordert, dass alle Tätigkeiten, erfolgreich wie unerfolgreich, im Nachhinein unverfälscht zur Verfügung stehen. In der Regel können aber die Prozesse zu einem späteren Zeitpunkt nicht mehr betrachtet und nachvollzogen werden. Auch hier kann der Computer z. B. bei der Speicherung und nachträglichen Analyse von Schülerhandlungen helfen.

In diesem Artikel wird ein Werkzeug vorgestellt, das den Umgang mit Prozessen beim Arbeiten mit DGS unterstützt. Zunächst wird ein didaktisches Modell beschrieben, bei dem die Lernprozesse eine zentrale Position einnehmen: das Modell der kognitiven Meisterlehre. Es werden zahlreiche Schwierigkeiten dargestellt, die bei der Umsetzung dieses Modells auftreten. Im Anschluss werden verschiedene Prozessebenen beschrieben, die bei der Umsetzung des Modells in mathematischen Lernsituationen beteiligt sind. Schließlich wird das System CleverPHL vorgestellt, das Lösungsvorschläge für die zuvor dargestellten Schwierigkeiten bietet. Der Einsatz von CleverPHL wird an drei Beispielen mit DGS ausführlich erläutert. Im letzten Abschnitt werden neben einer kurzen Zusammenfassung einige Ideen zur Weiterentwicklung des Werkzeugs dargestellt.

### **Das Modell der kognitiven Meisterlehre**

Lösungsprozesse von Lernenden werden in besonderer Weise im Modell der kognitiven Meisterlehre (*cognitive apprenticeship*; Collins, Brown & Newman, 1989) in den Blick genommen. Dieses Modell ist den situierten, konstruktivistischen Lernmodellen zuzuschreiben (Gerstenmaier & Mandl, 1995). In dem Modell wird die Lernsituation der traditionellen Ausbildung auf kognitive Lernbereiche in der Schule übertragen. Folgende zentrale Aspekte des Verhältnisses zwischen Meister und Lehrling sind dabei relevant:

- Wesentlich für den Lernerfolg ist, dass der Lehrling die Arbeitsprozesse selbst durchführt. Fertigkeiten und Fähigkeiten können nur durch selbsttätige Ausführung gelernt werden.
- Es wird nicht erwartet, dass der Lehrling zu Beginn den kompletten Arbeitsprozess selbst durchführt. Der Meister gibt einen gewissen Rahmen vor, in dem der Lehrling die Ausführung bestimmte Teilprozesse übernimmt (*scaffolding*; Wood, Bruner & Ross, 1976). So wird beispielsweise ein Schneiderlehrling nicht von Anfang an ein komplettes Hemd herstellen. Stattdessen wird der Meister ihm den Auftrag geben, bereits gefertigte Teile (Ärmel, Rumpf) zusammenzunähen.
- Der Meister unterstützt den Lehrling durch geeignete Hilfestellungen. In konstruktivistischer Sprechweise ist der Meister ein *coach*.
- Je weiter der Lehrling in seiner Expertise voranschreitet, umso mehr nimmt sich der Meister zurück (*fading*). Gleichzeitig werden dem Lernenden immer komplexere Aufgaben gegeben.
- Der Lehrling erhält Information darüber, wie gut er bei der Durchführung des Arbeitsprozesses ist und was er verbessern kann. Er erhält Rückmeldungen (*feedback*) vom Meister. Darüber hinaus ist der Lehrling angehalten, seine eigenen Arbeitsprozesse zu reflektieren.
- Wenn der Lehrling einen neuen Arbeitsprozess lernen soll, dann demonstriert der Meister diesen zunächst. Der Meister bietet dem Lehrling so ein Modell des Prozesses (*modelling* bzw. *Lernen am Modell*; Bandura, 1979). Der Lehrling übernimmt in dieser ersten Phase die Rolle des Beobachters.
- Sind mehrere Lehrlinge mit einer Aufgabe befasst, so können sie sich im Sinne kooperativen Lernens gegenseitig erklären, wie sie Prozesse durchführen. Sie artikulieren dabei ihre Lösungsstrategien (*articulation*).

Diese Aspekte können im Sinne einer *kognitiven* Meisterlehre nun auf schulische Bereiche übertragen werden, wobei *kognitive Prozesse* erlernt werden sollen, wie beispielsweise das Lösen von Problemen einer bestimmten Problemklasse. Hierzu zählen auch kognitive Prozesse, die unter Zuhilfenahme eines DGS durchgeführt werden können. Das Vorgehen wird beispielhaft an einem Konstruktionsprozess erläutert: Zunächst demonstriert die Lehrperson (zum Beispiel per Projektion) einen Konstruktionsprozess in einem DGS (*modelling*). Die Schülerinnen und Schüler beobachten sie dabei. Da die an der Konstruktion beteiligten kognitiven Prozesse der Lehrperson nicht direkt beobachtet werden können, muss die Lehrperson diese den Lernenden mitteilen; sie muss ihre Ziele und Strategien *externalisieren*. Anschließend führen die Lernenden selbst Konstruktionsprozesse durch, wobei sie das zuvor Beobachtete übertragen kön-

nen. Die Lehrperson kann ihnen dafür einen gewissen Rahmen vorgeben, zum Beispiel eine Datei, in der Teile der Konstruktion bereits enthalten sind (*scaffolding*). Die Lehrperson geht im Klassenzimmer herum und gibt Hilfestellungen (*coaching*) bzw. Rückmeldungen zu den Prozessen der Lernenden (*feedback*). Je besser die Lernenden beim Konstruieren und im Umgang mit DGS werden, umso mehr kann sich die Lehrperson bei den Hilfen zurücknehmen (*fading*). Wenn die Lernenden gemeinsam, beispielsweise in Partnerarbeit, am Computer arbeiten, dann können sie sich zudem gegenseitig ihre Lösungsstrategien erklären (*articulation*). Darüber hinaus können die Lernenden über geeignete Arbeitsaufträge zur Reflexion ihrer Lösungsprozesse angeregt werden („Wie bist du vorgegangen? Was kannst du beim nächsten Mal besser machen?“ usw.).

Bei genauerer Betrachtung ergeben sich jedoch zahlreiche Schwierigkeiten, wenn das Modell der kognitiven Meisterlehre auf Lernsituationen angewendet wird, in denen Konstruktionsprozesse in DGS durchgeführt werden sollen:

- Weiß ein Schüler in der Klassensituation nicht, wie er anfangen soll, so kann er die Lehrperson um Hilfe rufen. Diese kann schließlich zur Maus greifen, ein paar Schritte durchführen und schließlich dem Schüler die Maus zur Vervollständigung des Prozesses übergeben. Die Lehrperson hat dem Schüler den Anfang gezeigt (*modelling*) und so einen Rahmen zur Lösung vorgegeben (*scaffolding*). Schwierigkeiten bereitet dieses Vorgehen allerdings dann, wenn die Schüler die Aufgabe *zu Hause* lösen sollen. Wenn die Lernenden zu Hause nicht wissen, wie sie beginnen sollen, so haben sie dort die Lehrperson nicht zur Verfügung. Die Lehrperson kann zwar eine Datei mit dem Konstruktionsanfang aushändigen. Dies würde zwar *scaffolding* ermöglichen, aber nicht *modelling*, da nur das Endprodukt des Entstehungsprozesses der Anfangskonstruktion ausgehändigt wird und der Prozess selbst nicht beobachtet werden kann. Auch das schrittweise Ausführen der Konstruktion, wie es von den meisten DGS unterstützt wird, kann dieses Problem nur lindern, aber nicht lösen, da hier nur die Granularität der Konstruktion verändert wird und nicht die tatsächlichen Aktionen zur Durchführung des Schrittes gezeigt werden. Diese Schwierigkeit tritt nicht nur in der Hausaufgabensituation auf, sondern immer dann, wenn Lernende und Lehrende sich nicht zur selben Zeit am selben Ort befinden, also insbesondere auch beim Online-Lernen, welches eigentlich von DGS besser unterstützt werden sollte.
- Will ein Schüler einen Prozess zu einem späteren Zeitpunkt reflektieren, so kann er die Konstruktionsbeschreibung, die alle gängigen DGS automatisch erzeugen, durchgehen. Diese enthält jedoch lediglich den *Lösungsweg*, nicht den *Lösungsprozess*: Während der Lösungsweg die einzelnen Konstruktionsschritte von Beginn bis zur Lösung enthält, also die eigentliche Konstruktion repräsentiert, enthält der Lösungspro-

zess wesentlich mehr Schritte, nämlich auch sämtliche „Sackgassen“, in die der Lernende gegangen ist, Neuanfänge, Strategiewechsel und vieles mehr. Die Konstruktionsbeschreibung, die als Ergebnis der Lösungssuche am Ende steht, hat vielmehr den Charakter eines Produktes als eines Prozesses. Der gesamte Lösungsprozess hingegen ist nach seiner Durchführung nicht mehr zugänglich und zu einem späteren Zeitpunkt nur schwer reflektierbar. Dies entspricht den Problemen, die bei der Präsentation von Beweisen (durch Schüler oder Lehrer) im Mathematikunterricht entstehen.

- Einige DGS wie beispielsweise Cinderella bieten die Möglichkeit, Animationen von Konstruktionsprozessen herzustellen, sodass der Lösungsprozess reflektierbar ist und auch Demonstrationen von Konstruktionsanfängen hergestellt werden können (CINERella; vgl. Kortenkamp, 2005a; Kortenkamp, 2005b). Diese Animationen schließen aber nur teilweise *die Verwendung des DGS* mit ein. So werden lediglich Schritte innerhalb der Konstruktionsfläche gezeigt, nicht aber die Auswahl von Menüpunkten. Aber auch diese Schritte sind Teil der Lösungsprozesses und in Demonstrationen relevant, wenn die Schüler die Verwendung des DGS noch nicht beherrschen.
- Die traditionelle Meisterlehre funktioniert unter anderem aufgrund des günstigen Betreuungsverhältnisses. Im Klassenzimmer ist die Zahl der zu betreuenden Personen jedoch recht groß. So kann die Lehrperson beispielsweise nicht Rückmeldungen zu den Lösungsprozessen *aller* Schüler geben, da diese zeitgleich im Klassenzimmer durchgeführt werden.
- Von den Schülern als Animation oder Videoaufzeichnung gespeicherte Lösungsprozesse könnten von der Lehrperson zu einem späteren Zeitpunkt betrachtet und für Rückmeldungen oder Bewertungen verwendet werden. Aber auch dies ist aufgrund des hohen Zeitaufwands nicht praktikabel. Hilfreich wäre hingegen ein System, das einen Teil der Prozessanalyse abnimmt, beispielsweise durch das Erkennen und Bewerten und Standardfällen. Im Sinne von *intelligent assessment* würde das System dann nur diejenigen Fälle, die es nicht erkennen kann, der Lehrperson zur Bewertung überlassen (Müller, Bescherer, Kortenkamp & Spannagel, 2006).

Im Folgenden wird ein System beschrieben, das die Aufzeichnung, Wiedergabe und Analyse von Prozessen unter Verwendung von DGS bereitstellt und so die Umsetzung der kognitiven Meisterlehre unterstützt. Bevor das System beschrieben und seine Funktionsweise anhand einiger Beispiele verdeutlicht wird, soll jedoch der *Prozessbegriff* noch genauer gefasst werden.

## Prozessebenen

Beim Lösen einer Aufgabe können vielfältige Prozesse auf unterschiedlichen Ebenen beteiligt sein. Wenn man von *Prozessorientierung* spricht, sollte man daher auch klären, welche Prozessstypen betrachtet werden und wie diese miteinander in Verbindung stehen.

Abbildung 1 zeigt verschiedene Ebenen, die in diesem Zusammenhang relevant sind, und zu jeder Ebene einige typische Beispiele. Es handelt sich dabei um *kognitive und metakognitive* sowie *mathematische Prozesse, Lern- und Lehrhandlungen* sowie *Repräsentationsprozesse*. Auf der kognitiven und metakognitiven Ebene sind allgemeine psychische Prozesse wie Problemlösen, logisches Schließen und das Überwachen des eigenen Lernprozesses angesiedelt. Mathematische Prozesse gliedern sich in *mathematische Fertigkeiten* wie beispielsweise Rechnen und *mathematische Fähigkeiten* wie mathematisches Problemlösen, mathematisches Modellieren, Begründen und Beweisen (vgl. Winter, 1984). Obwohl mathematische Prozesse sicherlich kognitiv ablaufen und sich zum Beispiel auch das Problemlösen nicht eindeutig nur zur kognitiven oder mathematischen Ebene zuordnen lässt, soll die mathematische Prozessebene eigenständig aufgeführt sein. Dies soll unterschiedliche Sichtweisen hervorheben, die eingenommen werden können, wenn von Prozessorientierung in Lernsituationen gesprochen wird. Während wir uns auf der (meta-)kognitiven Ebene tendenziell eher im Bereich der *Lernpsychologie* bewegen, wird die mathematische Ebene eher aus *mathematikdidaktischer Sicht* beschrieben. Die dritte Ebene wird von Lern- und Lehrhandlungen gebildet, die z. B. methodische Elemente der kognitiven Meisterlehre sind (zum Begriff Lern- und Lehrhandlung vgl. Jank & Meyer, 2002; Spannagel, 2007). Hierbei handelt es sich unter anderem um das *Demonstrieren (modelling)* und *Beobachten, Erläutern* und *Unterstützen (coaching und scaffolding)*, *Rückmelden (feedback)*, *Korrigieren* und *Bewerten*. Schließlich gibt es noch die Ebene der Repräsentation, also die Art und Weise, wie Prozesse umgesetzt bzw. dargestellt werden. Hierzu zählen z. B. das *Aufschreiben*, das *mündliche Mitteilen*, das *Skizzieren* und das *handelnde Ausführen*, analog zu den verschiedenen Brunerschen Repräsentationsformaten (Bruner, 1966; Bönig, 1993). Da es sich beim Repräsentieren von Prozessen selbst um Prozesse handelt, ist hierfür eine eigene Ebene vorgesehen.

Wird nun das Modell der kognitiven Meisterlehre auf die Verwendung von DGS übertragen, so sind in der Regel alle Prozessebenen beteiligt. Dies soll an einem Beispiel verdeutlicht werden: Die Lehrperson führt die Klasse in die Verwendung eines DGS ein, indem sie einige Schritte per Projektion vorführt (*modelling*). Sie *handelt* dabei, indem sie das DGS verwendet (*Repräsentationsebene*). Durch diese Handlungen *demonstriert* sie die einzelnen Schritte, während die Schülerinnen und Schüler sie *beobachten (Ebene der Lern- und Lehrhandlungen)*. Prozesse, die auf der *mathematischen Ebene* beteiligt sind, sind *Konstruktionsprozesse* und Prozesse des *mathematischen Problemlösens*. Die metakogni-

tiven und kognitiven Prozesse, die bei der Lehrperson ablaufen, sind dabei nicht direkt beobachtbar (*(meta-)kognitive Ebene*). Diese müssen von der Lehrperson externalisiert werden (*erläutern* auf der *Ebene der Lern- und Lehrhandlungen* bzw. *mündliches Mitteilen* auf der *Ebene der Repräsentationsprozesse*). Alle anderen Phasen der kognitiven Meisterlehre lassen sich ähnlich fassen.

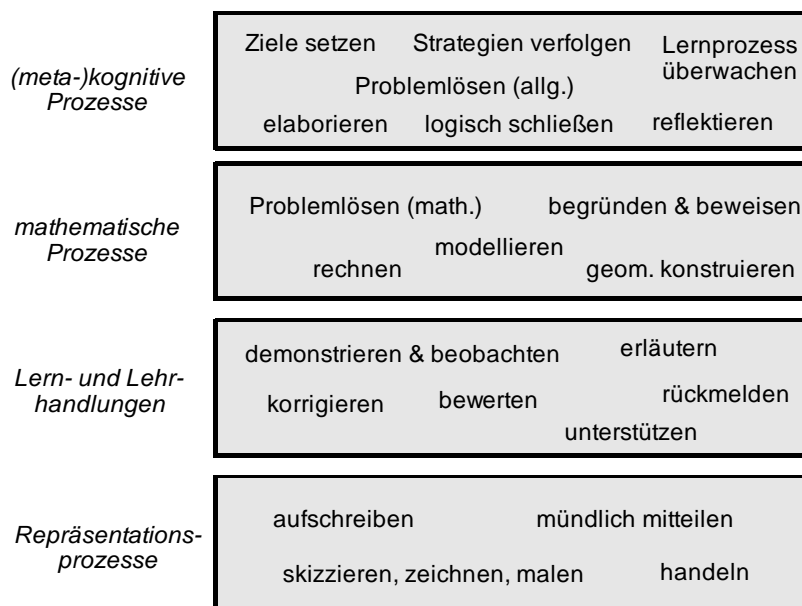


Abbildung 1. Verschiedene Prozessebenen und einige Beispiele zugehöriger Prozesse

Eine spezielle Form des Handelns (Repräsentationsebene) ist das Benutzen von Programmen. Diese Prozesse werden im Folgenden *Benutzungsprozesse* genannt (vgl. Spannagel, 2007). Es handelt sich dabei um Sequenzen von Maus- und Tastaturaktionen (oder anderen Eingabemodi), die bei der Programmbenutzung ausgeführt werden. So bilden beispielsweise das Bewegen des Mauszeigers, das Klicken auf das Menü-Element „Speichern“, die anschließende Eingabe des Dateinamens und das Klicken auf den „Speichern“-Knopf einen Benutzungsprozess. In den nächsten Abschnitten wird ein System vorgestellt, das es ermöglicht, Benutzungsprozesse aufzuzeichnen, wiederzugeben und zu analysieren. Dabei unterstützt es die Umsetzung sämtlicher Lern- und Lehrhandlungen, die im Zusammenhang mit der kognitiven Meisterlehre relevant sind. Als mathematische Prozesse stehen dabei im Wesentlichen Konstruktionsprozesse und die damit verbundenen mathematischen Fähigkeiten wie Problemlösen und

Begründen im Vordergrund. Es ermöglicht zudem die Externalisierung kognitiver und metakognitiver Strategien.

### **Umsetzung von Aspekten der kognitiven Meisterlehre mit CleverPHL**

CleverPHL ist ein Werkzeug, mit dem man Benutzungsprozesse in Programmen aufzeichnen, wiedergeben und analysieren kann. Es wurde unter anderem dazu entwickelt, die Umsetzung des Modells der kognitiven Meisterlehre in computerbasierten Lernszenarien zu unterstützen (Schroeder & Spannagel, 2003, 2006). Die Programme, in denen die Benutzungsprozesse stattfinden, müssen in der Programmiersprache Java geschrieben sein. Viele DGS sind Java-basiert, wie beispielsweise Cinderella (Richter-Gebert & Kortenkamp, 2006), GeoGebra (Hohenwarter et al., 2007), GEONExT (Baptist et al., 2007) und Z.u.L. (Grothmann, 2007), so dass diese Programme zusammen mit CleverPHL eingesetzt werden können.

Zunächst wird ein Beispiel gegeben, wie man mit CleverPHL Benutzungsprozesse in einem DGS aufzeichnen und wiedergeben kann. Hierzu wird CleverPHL gestartet, von dort aus das Geometrieprogramm aufgerufen und mit der Aufzeichnung begonnen. Aktionen, die der Benutzer auf dem DGS ausführt (Maus- und Tastaturaktionen), werden von CleverPHL aufgezeichnet. Wenn die Aufzeichnung wiedergegeben werden soll, so wird zunächst die Geometriesoftware erneut gestartet. Die gespeicherten Maus- und Tastaturaktionen werden dann direkt ausgeführt, als ob der Benutzer sie selbst noch einmal ausführen würde. Das bedeutet, dass nicht etwa nur ein Bildschirmvideo der Aktionen gezeigt wird, sondern dass die wiedergegebenen Aktionen den Programmzustand des DGS tatsächlich ändern. Nach der Wiedergabe verbleibt das Programm in seinem Zustand, sodass der gezeigte Benutzungsprozess vom Betrachter fortgeführt werden kann. CleverPHL ist somit eine Mischung von Bildschirmvideosystem und Makroprogramm (Spannagel, 2007).

Abbildung 2 zeigt das Hauptfenster von CleverPHL (Hintergrund) und das Geometriesystem GEONExT (Vordergrund). Es wurde bereits eine Aufzeichnung eines Konstruktionsprozesses angefertigt. Auf der linken Seite ist die Liste von aufgezeichneten Aktionen zu sehen. Wenn in diesem Zustand auf „Wiedergabe“ geklickt wird, dann wird GEONExT neu gestartet, und alle aufgezeichneten Aktionen werden dort ausgeführt, bis der abgebildete Zustand erneut erreicht ist. Anschließend kann das Geometrieprogramm wie gewöhnlich weiter verwendet werden.

Im Folgenden werden drei Szenarien beschrieben, in denen Lern- und Lehrhandlungen der kognitiven Meisterlehre unter Verwendung eines DGS und CleverPHL umgesetzt werden. Hierbei handelt es sich um das *Demonstrieren*, *Beobachten und Fortsetzen eines Prozesses*, das *Reflektieren eines Prozesses* und das *Analysieren eines Prozesses*.



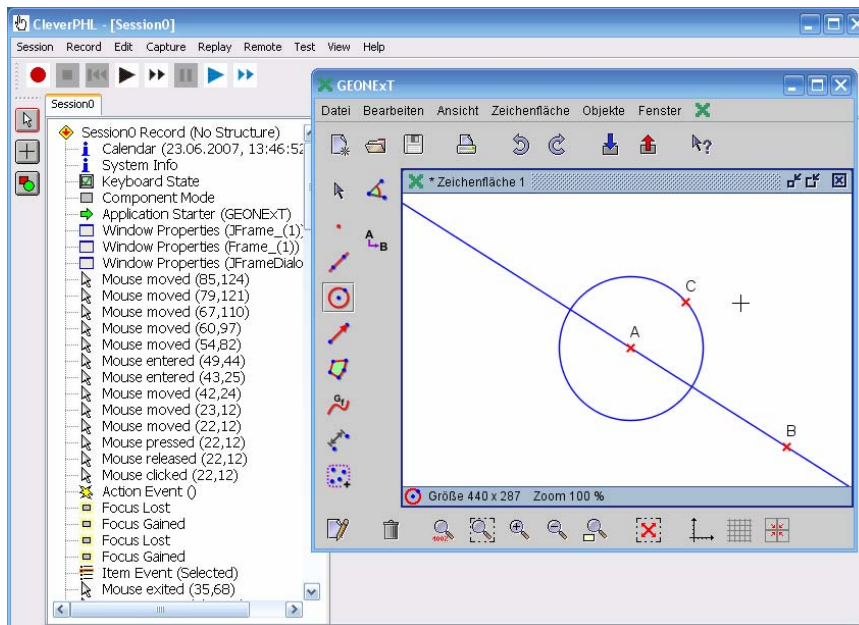


Abbildung 2. Das Hauptfenster von CleverPHL (Hintergrund) im Zusammenspiel mit GEONExT (Vordergrund)

### Demonstrieren, Beobachten und Fortsetzen von Prozessen

In einem Beispielszenario sollen die Schülerinnen und Schüler zu Hause unter Verwendung von GEONExT den Inkreis eines Dreiecks konstruieren.

Die Lehrperson möchte hierzu zunächst ein paar Schritte demonstrieren, um zu zeigen, wie man die Geometriesoftware bedient. Außerdem möchte Sie den Konstruktionsanfang vorgeben und mit einigen Kommentaren zu Konstruktionsstrategien versehen. Sie zeichnet zunächst ein paar Arbeitsschritte im Programm mit CleverPHL auf und fügt die Erläuterungen als Audio-Datei hinzu. Die Aufzeichnung gibt sie an die Schülerinnen und Schüler weiter. Diese spielen zu Hause den aufgezeichneten Benutzungsprozess der Lehrperson zunächst ab. Dabei können sie die einzelnen Schritte der Lehrperson in GEONExT beobachten und dabei die Kommentare mitverfolgen. Da während der Demonstration alle Aktionen der Lehrperson erneut ausgeführt werden, verbleibt die unvollständige Konstruktion nach der Wiedergabe in der Bedienoberfläche. So können die Lernenden anschließend die Konstruktion fortsetzen und, bei Bedarf, die Fortführung ebenfalls aufzeichnen. Die komplette Aufzeichnung kann dann der

Lehrperson übergeben werden, um beispielsweise eine Rückmeldung zum Konstruktionsprozess zu erhalten.

Die Demonstration erstreckt sich über alle Prozessebenen: Es wird ein Konstruktionsprozess vollzogen (*mathematischer Prozess*), indem ein DGS verwendet wird (*Repräsentationsprozess*). Die in der Demonstration vorgeführten Prozesse werden von den Schülerinnen und Schülern beobachtet (*Lern- und Lehrhandlungen*). Über gesprochene Kommentare kann die Lehrperson schließlich ihre mentalen Prozesse (Problemlösestrategien u. ä.) externalisieren (*metakognitive und kognitive Prozesse*).

Die Aufzeichnung und Wiedergabe von CleverPHL schließt neben den Aktionen im Konstruktionsbereich auch alle Aktionen außerhalb dieses Feldes ein wie beispielsweise die Auswahl von Konstruktionswerkzeugen und das Anklicken von Menüpunkten. CleverPHL bietet somit mehr als reine Konstruktionsanimationen. Es eignet sich auch zur Demonstration der Programmbedienung und kann so z. B. zur Erstellung von Tutorials eingesetzt werden.

### **Reflektieren von Prozessen**

Die Aufzeichnungs- und Wiedergabefunktionalität von CleverPHL kann auch dazu genutzt werden, eigene Prozesse zu reflektieren. So kann beispielsweise ein Schüler die Konstruktion der Eulergerade in Z.u.L. aufzeichnen und zu einem späteren Zeitpunkt erneut betrachten. Prozesse, die früher einmal durchgeführt worden sind, sind so auch nach einer größeren Zeitspanne erneut zugänglich und können dadurch erinnert und reflektiert werden.<sup>1</sup>

Die Reflexion von Prozessen ist insbesondere bei der experimentellen Arbeit unabdingbar. Wenn mit experimentierfähiger Software (Kortenkamp 2004b) gearbeitet wird, so muss zudem eine geeignete Möglichkeit existieren, die Experimente aufzuzeichnen (Kortenkamp 2005a).

Mit CleverPHL können Prozesse während oder nach der Aufzeichnung übersichtlich strukturiert werden, um die Reflexion über diese zu einem späteren Zeitpunkt zu vereinfachen. So kann der Lernende während der Aufzeichnung den Konstruktionsprozess der Eulergeraden in Unterprozesse gliedern, beispielsweise in die Teilprozesse *Höhenschnittpunkt konstruieren*, *Umkreismittelpunkt konstruieren*, *Schwerpunkt konstruieren* und *Eulergerade einzeichnen*. Hierzu kann er Sequenzen innerhalb der Aufzeichnungsliste zu Gruppen zu-

---

<sup>1</sup> Diese Reflexion findet üblicherweise nicht von selbst statt, sondern muss durch entsprechende Arbeits- oder Denkaufträge der Lehrperson initiiert werden. An dieser Stelle möchten wir nicht auf die Formulierung dieser Aufträge eingehen, sondern die notwendige Grundlage für die Zulässigkeit solcher Aufträge vorstellen.

sammenfassen. Der Gesamtprozess wird so zunächst in seiner Grobstruktur angezeigt (siehe Abbildung 3). Die einzelnen Teilprozesse können im Detail durch Aufblättern des entsprechenden Elements in der Aufzeichnung betrachtet werden. Die lineare Darstellung der Aufzeichnungsliste wird durch manuelles Gruppieren in eine hierarchische Repräsentation des Prozesses überführt.

Die Strukturierung der Aufzeichnung ermöglicht es, bei der Wiedergabe nur einen Teil des Prozesses zu betrachten. So kann der Schüler z. B. den Teilprozess *Umkreismitelpunkt konstruieren* auswählen, im Schnelldurchlauf bis dorthin vorspulen und dann nur diesen Teilprozess in Echtzeit wiedergeben. Potenzielle Einwände, dass die Reflexion von Lösungsprozessen viel Zeit kostet, werden durch die Möglichkeit der selektiven Wiedergabe von Teilprozessen relativiert.

Im Gegensatz zu den automatisch erzeugten Konstruktionstexten der DGS bieten CleverPHL-Aufzeichnungen außerdem die Möglichkeit zur Reflexion des *gesamten* Prozesses samt Fehlern, Sackgassen und Strategieänderungen. Zusätzlich kann auch die Programmbenutzung (und nicht nur die Konstruktion) Gegenstand der Reflexion sein.

Neben der Reflexion eigener Prozesse kann die Aufzeichnung auch zum Austausch unter Lernenden dienen. So kann ein Schüler einen Prozess aufzeichnen und die Aufzeichnung einem Mitschüler schicken, um diesem z. B. die Verwendung des Programms zu demonstrieren, oder um von diesem Hilfe zum Prozess anzufordern.

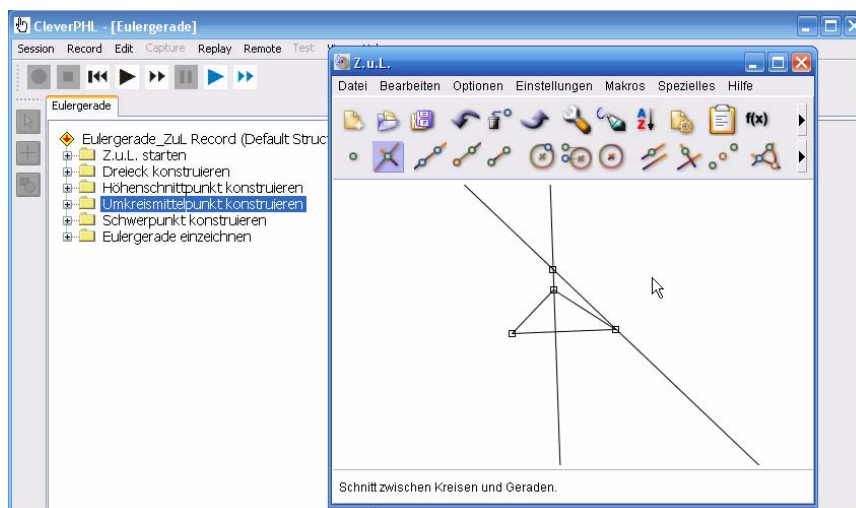


Abbildung 3. Strukturierung des Gesamtprozesses in Teilprozesse

## Analysieren von Prozessen

In der Regel ist die Analyse von Prozessen sehr aufwändig. Es ist für eine Lehrperson nicht zu leisten, Konstruktionsprozesse aller Schülerinnen und Schüler einer Klasse zu betrachten, um diese zu bewerten oder um Feedback zu geben. Gänzlich unmöglich ist die Analyse der Konstruktionsprozesse von 500 Teilnehmerinnen und Teilnehmer einer Geometrieveranstaltung an der Hochschule. Will man dennoch im Sinne der kognitiven Meisterlehre Lernenden nicht nur zu deren Lösungsprodukten Rückmeldung geben, sondern auch zu deren Lösungsprozessen, dann ist eine computerunterstützte Analyse notwendig. Da Prozessanalysen sehr komplex sind, wird man dabei nicht erwarten, dass der Computer alle Prozesse vollständig automatisch analysiert. Realistischer ist die Annahme, dass der Computer mit Standardfällen umgehen kann und lediglich die ihm unbekanntem Prozesse der Lehrperson zur Analyse übergibt. So wird die Lehrperson von der Bewertung der Standardfälle entlastet und kann sich um interessante und ausgefallene Fälle kümmern (vgl. Müller & Bescherer, 2005; Müller, Bescherer, Kortenkamp & Spannagel, 2006). Prozesse, welche die Computeranalyse nicht behandeln kann, können darüber hinaus zumindest derartig automatisch aufbereitet werden, dass der Lehrperson die Analyse erleichtert wird.

CleverPHL bietet Methoden zur qualitativen, semi-automatischen Analyse (Spannagel, 2003; Spannagel, Gläser-Zikuda & Schroeder, 2005). Neben der manuellen Strukturierung in Teilprozesse (siehe oben) bietet CleverPHL auch die automatische Strukturierung von Benutzungsprozessen. Dabei werden Sequenzen von Aktionen zu umfassenderen Aktionen zusammengefasst, die wiederum Teil höherer Aktionen sein können usw. So entsteht ein automatisch generierter Aufzeichnungsbaum, der den Gesamtprozess und seine Teilprozesse, die Teilprozesse von Teilprozessen usw. repräsentiert und dadurch mehrere Ebenen von Aktionen auf unterschiedlichen Detailstufen abbildet (zu Aktionen auf unterschiedlichen Detail-Ebenen vgl. Hilbert & Redmiles, 2000). So können z. B. zwei Mausklicks zu einem Teilprozess *Gerade konstruieren* zusammengefasst werden. Dieser Teilprozess kann wiederum Teil des Prozesses *Dreieck konstruieren* sein.

Abbildung 4 demonstriert exemplarisch die Analysemöglichkeiten von CleverPHL. Der Schüler hat in Cinderella die Mittelsenkrechte konstruiert und diesen Prozess mit CleverPHL aufgezeichnet. Der Konstruktionsprozess wurde nach der Aufzeichnung von CleverPHL automatisch analysiert. Es wurden zunächst Standard-Aktionen wie Maus- und Tastatureingaben zu semantischen Aktionen wie *Punkt konstruiert* oder *Kreis konstruiert* zusammengefasst. Einige dieser Aktionen wurden als Konstruktion einer Mittelsenkrechten erkannt und als höherwertiger Teilprozess *Mittelsenkrechte konstruiert* gruppiert. Im Gegensatz zu den Konstruktionstexten, die von DGS automatisch erzeugt werden und die lediglich die Konstruktionsschritte auf einer Ebene enthalten, werden in

CleverPHL Konstruktionstexte erzeugt, die aus mehreren, hierarchisch angeordneten Ebenen von Konstruktionsschritten bestehen.

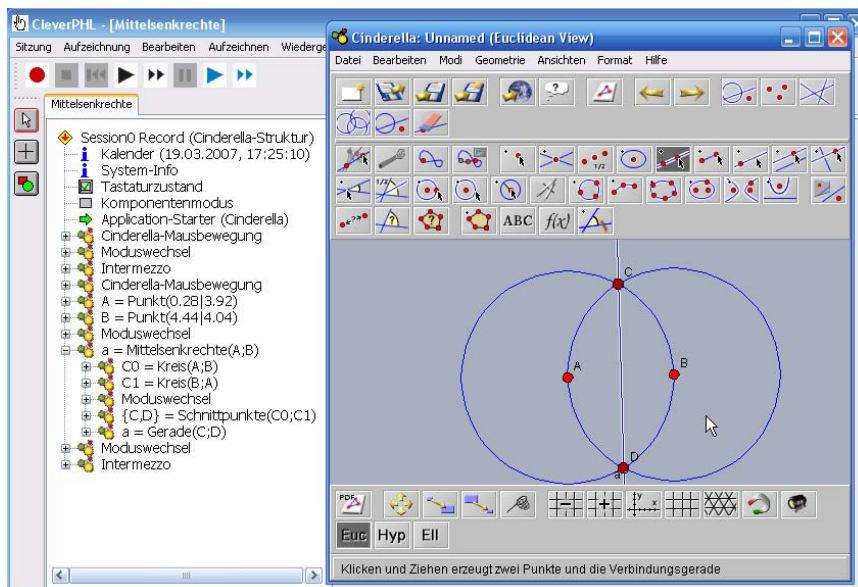


Abbildung 4. Automatische Analyse von Benutzungsprozessen

Neben der qualitativen Analyse von Benutzungsprozessen können auch quantitative Daten aus aufgezeichneten Prozessen gebildet werden. Eine Lehrperson kann beispielsweise sämtliche Aufzeichnungen einer Klasse automatisch strukturieren und anschließend in einen Datensatz überführen, der Auskunft über die Prozesse der gesamten Klasse gibt. Neben dem Einsatz in der Lehre kann die Analysefunktionalität von CleverPHL daher auch in der Forschung nutzbringend verwendet werden, beispielsweise wenn Konstruktionsprozesse von Versuchspersonen in Schulexperimenten unter Einsatz von DGS analysiert werden sollen.

Um semantische Aktionen wie *Punkt konstruiert* oder *Kreis konstruiert* erkennen zu können, muss CleverPHL zusätzliche Informationen zur Semantik von Nutzeraktionen von dem DGS erhalten. CleverPHL bietet eine Schnittstelle, über die ein DGS semantische Ereignisse melden und in die Aufzeichnung einfügen lassen kann. Um also Prozesse in einem DGS automatisch erkennen zu können, muss zum einen ein Erweiterungsmodul für CleverPHL programmiert werden, das die semantischen Ereignisse im DGS aufzeichnet. Zum anderen müssen anwendungsspezifische Erkennungsalgorithmen implementiert werden,

die bestimmte Aktionssequenzen als höherwertige Prozesse identifizieren und entsprechend im Aufzeichnungsbaum repräsentieren. Dieser Implementierungsaufwand ist aber einmalig und im Vergleich zu dem Aufwand, der durch das Betrachten zahlreicher Prozesse entstehen würde, als relativ gering einzuschätzen. Die Verantwortung für die Integration eines DGS in CleverPHL liegt zudem bei den Entwicklern der Software und nicht bei den Lehrpersonen, die sich somit auf die Umsetzung ihres Unterrichts konzentrieren können.

### **Zusammenfassung und Ausblick**

In diesem Kapitel wurde ein Werkzeug vorgestellt, das die Umsetzung der kognitiven Meisterlehre beim Lernen mit DGS unterstützt. Neben dem Lernprodukt rücken in diesem Modell die an der Erstellung des Produkts beteiligten Prozesse in den Mittelpunkt des Interesses. Durch die Möglichkeit, Benutzungsprozesse aufzeichnen, wiedergeben und analysieren zu können, bietet CleverPHL die Basis für Demonstrationen, Reflexionen und Rückmeldungen von Lösungsprozessen.

Zahlreiche Verbesserungen und Erweiterungen für CleverPHL sind bereits angedacht:

- Zum gegenwärtigen Zeitpunkt kann man gesprochene Kommentare zu Aufzeichnungen von Benutzungsprozessen hinzufügen, man kann aber noch nicht beides gleichzeitig aufzeichnen. In Zukunft sollen die Kommentare während der Benutzung des Programms zeitgleich aufgenommen werden können.
- Der Austausch von Prozessen unter Lernenden oder zwischen Lehrperson und Lernenden ist bislang nur asynchron möglich. In Zukunft soll CleverPHL um die Möglichkeit zur synchronen Kooperation erweitert werden.
- Ergänzungsmodule zur Erfassung semantischer Ereignisse und zur Analyse von Konstruktionsprozessen wurden bislang nur für das DGS Cinderella eingebracht und am Beispiel der Erkennung der Mittelsenkrechten-Konstruktion exemplarisch umgesetzt. Dabei wurden verschiedene Standardkonstruktionen für Mittelsenkrechten berücksichtigt. Dennoch gibt es zahlreiche weitere, korrekte Konstruktionen, die bei der Analyse mitbedacht werden müssten. Die Erkennung über die kombinatorische Struktur der Konstruktionsschritte und die damit verbundenen Fallunterscheidungen ist ab einer gewissen Komplexität nicht mehr möglich. Stattdessen soll in einer zukünftigen Version der automatische Beweiser von Cinderella in die Erkennungsalgorithmen integriert werden, so dass *sämtliche* Konstruktionsmöglichkeiten er-

kannt werden können (Kortenkamp & Richter-Gebert, 1998; Korten-  
kamp, 1999; Kortenkamp & Richter-Gebert, 2004).

- Derzeit funktioniert CleverPHL nur in Verbindung mit Java-  
Applikationen, nicht mit sogenannten Java-*Applets*, die als interaktive  
Elemente in Webseiten eingebunden werden. Dadurch können Auf-  
zeichnungen nicht einfach in elektronische Lerntagebücher aufgenom-  
men werden (Kortenkamp 2004a; Kortenkamp, 2005b), wie es bei-  
spielsweise mit Aufzeichnungen im CINERella-Format möglich ist  
(Kortenkamp, 2005a).

Das Programm CleverPHL kann prinzipiell mit jeder Software, die in der Pro-  
grammiersprache Java erstellt worden ist, eingesetzt werden (und nicht etwa nur  
mit Java-basierten DGS). CleverPHL ist Teil des Software-Pakets Jacareto und  
kann kostenlos bezogen werden unter <http://jacareto.sourceforge.net> (Stand:  
23.6.2007).

### Literatur

- Bandura, A. (1979). Sozial-kognitive Lerntheorie. Stuttgart: Klett.
- Baptist, P. et al. (2007). GEONExT. Abrufbar unter <http://geonext.uni-bayreuth.de/>  
(letzter Abruf am 23.7.2007).
- Bönig, D. (1993). Empirische Untersuchungen zum Transfer zwischen verschiedenen  
medialen Repräsentationen am Beispiel multiplikativer Operationen. In: J.-H. Lo-  
renz (Hrsg.), *Mathematik und Anschauung* (S. 25–43). Köln: Aulis Verlag Deubner  
& Co KG.
- Bruner, J. S. (1960). *The Process of Education*. Cambridge: Harvard University Press.
- Bruner, J. S. (1966): *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge: Harvard University  
Press.
- Collins, A., Brown, J. S. & Newman, S. E. (1989). Cognitive apprenticeship: teaching  
the crafts of reading, writing, and mathematics. In: L. B. Resnick (Hrsg.), *Knowing,  
learning, and instruction. Essays in honor of Robert Glaser* (S. 453–494). Hillsdale,  
NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Costa, A. L. & Liebmann, R. M. (Hrsg.) (1997). *Envisioning process as content. Toward  
a renaissance curriculum*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.
- Gerstenmaier, J. & Mandl, H. (1995). Wissenserwerb unter konstruktivistischer Perspek-  
tive. *Zeitschrift für Pädagogik*, 41 (6), S. 867–888.
- Grothmann, R. (2007). Zirkel und Lineal. Abrufbar unter: <http://www.z-u-l.de> (letzter  
Abruf am 23.7.2007).
- Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik*. Weinheim, Basel: Beltz.
- Hilbert, David M. & Redmiles, David F. (2000). Extracting usability information from  
user interface events. *ACM Computing Surveys*, 32 (4), S. 384–421.
- Hohenwarter, M. et al. (2007). Geogebra. Abrufbar unter: <http://www.geogebra.org>  
(letzter Abruf am 23.7.2007).
- Jank, W. & Meyer, H. (2002). *Didaktische Modelle* (5., völlig überarbeitete Auflage).  
Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.

- KMK – Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Bereich Mathematik, 2003, 2004. Abrufbar unter: <http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/bildungsstandards-neu.htm> (Stand: 23.6.2007).
- Kortenkamp, U. & Richter-Gebert, J. (1998). Geometry and Education in the Internet Age. In: *Proceedings of ED-MEDIA 98, Freiburg, Germany*. AACE.
- Kortenkamp, U. (1999): Foundations of Dynamic Geometry. Dissertation, ETH Zürich.
- Kortenkamp, U. (2004a): Kommunizieren und Dokumentieren von Geometrie. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 38. Tagung für Didaktik der Mathematik*. Augsburg: Franzbecker.
- Kortenkamp, U. (2004b). Experimental mathematics and proofs – what is secure mathematical knowledge? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 36 (2), S. 61–66.
- Kortenkamp, U. & Richter-Gebert, J. (2004): Using Automatic Theorem Proving to Improve the Usability of Geometry Software. In: Libbrecht, P. (Hrsg.), *Proceedings of MathUI 2004*. Elektronische Veröffentlichung unter <http://kortenkamps.net/papers/2004/ATP-UI-article.pdf>
- Kortenkamp, U. (2005a): Experimentieren und Publizieren. In: P. Bender, W. Herget, H-G. Weigand & T. Weth (Hrsg.), „WWW und Mathematik - Lehren und Lernen im Internet“. Tagungsband der 21. Arbeitstagung des Arbeitskreis Mathematikunterricht und Informatik in Dillingen/Donau. Hildesheim: Franzbecker.
- Kortenkamp, U. (2005b): Dokumentation, Diskussion und Protokolle: Wie kommuniziert man Geometrie im Internetzeitalter? In: J. Engel, R. Vogel & S. Wessolowski (Hrsg.): *Strukturieren – Modellieren – Kommunizieren. Leitbilder mathematischer und informatischer Aktivitäten*. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.
- Müller, W. & Bescherer, C. (2005). Saraswati – Ein System zur elektronischen Leistungserfassung und semi-automatischen Fehleranalyse im Mathematikunterricht. In: J. Engel, R. Vogel & S. Wessolowski (Hrsg.), *Strukturieren – Modellieren – Kommunizieren. Leitbilder mathematischer und informatischer Aktivitäten* (S. 293–300). Hildesheim, Berlin: Franzbecker.
- Müller, W., Bescherer, C., Kortenkamp, U. & Spannagel, C. (2006). Intelligent Computer-Aided Assessment in Math Classrooms: State-of-the-art and Perspectives. *Proceedings of the Joint Conference of the IFIP WG 3.1, 3.2 and 3.5 at Alesund, Norwegen, Juni 2006*.
- NCTM – National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Parker, J. C. & Rubin, L. J. (1966). *Process as content. Curriculum design and the application of knowledge*. Chicago: Rand McNally.
- Richter-Gebert, J. & Kortenkamp, U. (2006). Die interaktive Geometrie-Software Cinderella, Version 2. <http://cinderella.de> (letzter Abruf am 23.7.2007).
- Schreiber, A. (1979). Universelle Ideen im mathematischen Denken – ein Forschungsgegenstand der Fachdidaktik. *mathematica didactica* 2, S. 165–171.
- Schreiber, A. (1983). Bemerkungen zur Rolle universeller Ideen im mathematischen Denken. *mathematica didactica* 6, S. 65–76.
- Schweiger, F. (1982). "Fundamentale Ideen" der Analysis und handlungsorientierter Unterricht. *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 103-111.
- Schroeder, U. & Spannagel, C. (2003). Implementierung von eLearning-Szenarien nach der Theorie der kognitiven Lehre. In: A. Bode, J. Desel, S. Rathmayer, & M. Wessner (Hrsg.), *DeLFI 2003, Lecture Notes in Informatics, Gesellschaft der Informatik, Vol. P-37* (S. 195-204). Bonn: Köllen Druck + Verlag.



- Schroeder, U. & Spannagel, C. (2006). Supporting the Active Learning Process. *International Journal on E-Learning*, 5 (2), S. 245–264.
- Spannagel, C. (2003). Computergestützte Erfassung und Analyse von Benutzerverhalten im Umgang mit Lehr-/Lernsystemen. In: V. Nordmeier (Hrsg.), *Didaktik der Physik. Beiträge zur Frühjahrstagung der DPG - Augsburg 2003*. Berlin: Lehmanns Media.
- Spannagel, C. (2007). *Benutzungsprozesse beim Lernen und Lehren mit Computern*. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.
- Spannagel C., Gläser-Zikuda, M., & Schroeder, U. (2005). Application of Qualitative Content Analysis in User-Program Interaction Research. *Forum Qualitative Sozialforschung / Forum: Qualitative Social Research*, 6 (2), Art. 29.
- Winter, H. (1984). Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht. *Mathematik lehren* 2, S. 4–16.
- Wood, D., Bruner, J. S. & Ross, G. (1976): The Role of Tutoring in Problem Solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry* 17, S. 89–100.

Adressen der Autoren:

Dr. Christian Spannagel  
Institut für Mathematik und Informatik  
Pädagogische Hochschule Ludwigsburg  
Reuteallee 46  
71634 Ludwigsburg  
spannagel@ph-ludwigsburg.de

Prof. Dr. Ulrich Kortenkamp  
Institut für Mathematik / Informatik  
Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd  
Oberbettringer Str. 200  
73525 Schwäbisch Gmünd  
ulrich.kortenkamp@ph-gmuend.de