

Ulrich KORTENKAMP, Schwäbisch Gmünd

Zur Reaktivierung der Geometrie in der Schule

Im Mathematikunterricht wird heute immer noch vermittelt, dass es eine absolute Wahrheit in der Mathematik gebe. Dies hat Auswirkungen auf die Wahrnehmung von Mathematik in der Öffentlichkeit. So wurde zum Beispiel in der Sendung „Quiz-Taxi“ vom 19. Februar 2006 gefragt: „Welche geometrische Figur besteht aus einem Scheitel und zwei Schenkeln?“ Die Unsinnigkeit solchen Wissens (die erwartete Antwort lautete „Winkel“, die Kandidatinnen tippten auf „Dreieck“) leuchtet ein, ist aber symptomatisch für den Mathematikunterricht.

Daß es mehrere Winkelbegriffe gibt, ist schon früher zur Sprache gekommen. Manche Didaktiker wollen uns davon überzeugen, daß nur einer der richtige sei. Ordnungsliebe ist lobenswert, aber sie sollte nicht so weit gehen, daß man wichtige Begriffe verbietet, weil sie nicht ins System passen. [2]

Freudenthal spricht hier eine wichtige Problematik an: Man kann nicht die „richtige“ Mathematik für den Unterricht festschreiben, vielmehr muss der moderne Unterricht auf Kompetenzen wie das „mathematische Denken“ abzielen. Dies ist bei der Lehrplanerstellung zu bedenken:

Hier ist zu bemerken, daß dem Lehrer jedenfalls neuerdings ziemlich viel Freiheit in der Behandlung des vorgeschriebenen Stoffs gelassen ist; [1]

Das Zitat von Felix Klein ist heute aktueller denn je – doch stoßen die „Rahmenplanmacher“ dadurch auf große Probleme. Die von Klein 1907 ausgeführten Gedanken haben tatsächlich noch Auswirkungen auf die heutigen Lehrpläne. Er schreibt zum propädeutischen Geometrikurs (7./8. Klasse):

Nicht minder wichtig als das Zeichnen von Figuren scheint mir jedoch das Messen zu sein. Der Schüler sollte nicht nur lernen, mit dem Lineal und dem Zirkel zu operieren, sondern sollte ebenso gut auch die Fertigkeit erlangen, mit Längenmaßen und Winkelmaßen umzugehen. Solche Übungen wären einerseits auf dem Zeichenpapier vorzunehmen, andererseits aber müßte man auch mit den Schülern hinausgehen auf den Schulhof oder einmal aufs Feld, um dort einfache Messungen mit den einfachsten Instrumenten auszuführen. [1]

Heute steht in der Beschreibung der Leitideen *Raum und Form* und *Messen*:

Maßangaben werden durch handwerkliches Messen an realen Gegenständen oder elementaren geometrischen Objekten ermittelt, sie werden geschätzt oder Texten entnommen [...] Geometrische Probleme [werden] der analytischen Bearbeitung zugänglich. [3]

Klein leitet dann aus seinen Überlegungen einen inhaltlich integrierten Lehrplan ab:

Klasse	Gymnasium	
	<i>Arithmetik</i>	<i>Geometrie</i>
VI	Rechnen: Elementares Rechnen bis zur Regeldetri und den bürgerlichen Rechnungsaufgaben.	Geometrische Propädeutik: Messen und Zeichnen.
V		
IV		Arithmetik: Buchstabenrechnen: die vier Spezies, lineare Gleichungen mit einer Unbekannten.
III b		
III a	Arithmetik und Geometrie verschmelzen in der zentralen Idee: <i>Der Funktionsbegriff in geometrischer Form.</i> Das rechtwinklige xy -System und die graphische Darstellung einfachster Funktionen (Koordinatenpapier), Diskussion der entstehenden Kurven nach ihrem Gesamtverlauf, ihrem Steigen und Fallen, ihrem Flächeninhalt.	
II b	Durch die Idee des Funktionalen belebt und aneinander geschlossen, die üblichen Gebiete: Potenzen und Wurzeln; lineare und quadratische Gleichungen, erste Ideen über Kegelschnitte; Kreisberechnung; Abhängigkeit der Dreiecksseiten und -winkel voneinander. Heranziehung zahlreicher praktischer Beispiele mit fortgesetzter Übung der <i>Raumbeherrschung</i> und Pflege des <i>numerischen Rechnens</i> .	

Abbildung 1: Lehrplanvorschlag von Felix Klein [1].

Betrachten wir aber die Standards und die im heutigen Lehrplan¹ aufgeführten Module zur Erreichung dieser Standards, so fällt auf, dass die „Verschmelzung der Inhalte zur zentralen Idee *Der Funktionsbegriff in geometrischer Form*“ zugunsten einer inhaltlichen Trennung aufgegeben wird (Abb. 2). Proportionale Zuordnungen, die natürlicherweise in der Geometrie (Skalierung, Perspektive, ...) auftauchen, werden isoliert betrachtet. Die Geometrie wird sogar größtenteils in Wahlmodule abgeschoben! Ein verbindendes Element

¹In dieser Darstellung verwenden wir beispielhaft den Berliner Rahmenlehrplan [3]

Ulrich KORTENKAMP, Schwäbisch Gmünd

Zur Reaktivierung der Geometrie in der Schule

Im Mathematikunterricht wird heute immer noch vermittelt, dass es eine absolute Wahrheit in der Mathematik gebe. Dies hat Auswirkungen auf die Wahrnehmung von Mathematik in der Öffentlichkeit. So wurde zum Beispiel in der Sendung „Quiz-Taxi“ vom 19. Februar 2006 gefragt: „Welche geometrische Figur besteht aus einem Scheitel und zwei Schenkeln?“ Die Unsinnigkeit solchen Wissens (die erwartete Antwort lautete „Winkel“, die Kandidatinnen tippten auf „Dreieck“) leuchtet ein, ist aber symptomatisch für den Mathematikunterricht.

Daß es mehrere Winkelbegriffe gibt, ist schon früher zur Sprache gekommen. Manche Didaktiker wollen uns davon überzeugen, daß nur einer der richtige sei. Ordnungsliebe ist lobenswert, aber sie sollte nicht so weit gehen, daß man wichtige Begriffe verbietet, weil sie nicht ins System passen. [2]

Freudenthal spricht hier eine wichtige Problematik an: Man kann nicht die „richtige“ Mathematik für den Unterricht festschreiben, vielmehr muss der moderne Unterricht auf Kompetenzen wie das „mathematische Denken“ abzielen. Dies ist bei der Lehrplanerstellung zu bedenken:

Hier ist zu bemerken, daß dem Lehrer jedenfalls neuerdings ziemlich viel Freiheit in der Behandlung des vorgeschriebenen Stoffs gelassen ist; [1]

Das Zitat von Felix Klein ist heute aktueller denn je – doch stoßen die „Rahmenplanmacher“ dadurch auf große Probleme. Die von Klein 1907 ausgeführten Gedanken haben tatsächlich noch Auswirkungen auf die heutigen Lehrpläne. Er schreibt zum propädeutischen Geometrikurs (7./8. Klasse):

Nicht minder wichtig als das Zeichnen von Figuren scheint mir jedoch das Messen zu sein. Der Schüler sollte nicht nur lernen, mit dem Lineal und dem Zirkel zu operieren, sondern sollte ebenso gut auch die Fertigkeit erlangen, mit Längenmaßen und Winkelmaßen umzugehen. Solche Übungen wären einerseits auf dem Zeichenpapier vorzunehmen, andererseits aber müßte man auch mit den Schülern hinausgehen auf den Schulhof oder einmal aufs Feld, um dort einfache Messungen mit den einfachsten Instrumenten auszuführen. [1]

Heute steht in der Beschreibung der Leitideen *Raum und Form* und *Messen*:

Das übliche Argument – es gibt nicht genug Mathematikunterricht für alle diese Inhalte – kann man bei hier nicht gelten lassen: Das Problem sind nicht fehlende Inhalte, sondern die fehlende Verknüpfung, die sich aus der Zerschlagung der Inhalte in Module ergibt. Dabei spielt noch ein weiterer Faktor eine wichtige Rolle: Schulbücher werden heutzutage, den orientierungslosen Lehrerinnen und Lehrern zuliebe (?), nach den Lehrplänen gestaltet – und zwar immer noch nach den inhaltlichen Vorgaben und nicht nach den zu erreichenden Kompetenzen und Standards. Damit erhält die Dekomposition des Lehrplans die Macht des Faktischen: Fachfremd unterrichtende und andere der Mathematik fernen Lehrkräfte orientieren sich an den vorliegenden Büchern, und können die im Hintergrund stehenden Überlegungen gar nicht in Unterricht umsetzen.

Daher stehen am Schluss dieser kurzen Ausführungen diese Forderungen:

- Der Prozess der Rahmenplanerstellung muss transparenter und flexibler werden – es handelt sich um eine Gemeinschaftsaufgabe.
- Rahmenpläne sollten nicht nur in der Einleitung den gewünschten Gestaltungsspielraum ansprechen, sondern diesen auch beispielhaft ausfüllen – themenübergreifende Zusammenhänge müssen in ausführlichen Anhängen dargestellt werden, damit alle davon profitieren können.
- Gutes Material zeichnet sich nicht durch die exakte inhaltliche Anlehnung an Lehrpläne aus, sondern durch die Möglichkeit, die im Unterricht bei der Erreichung der Lehrziele unterstützen zu können. Daher sollten auch Lehrbücher unabhängig vom Lehrplan gestaltet werden.³

Literatur

- [1] Felix Klein: Vorträge über den mathematischen Unterricht an den höheren Schulen. Bearbeitet von Rud. Schimmack. Leipzig, B.G. Teubner, 1907.
- [2] Hans Freudenthal: Mathematik als pädagogische Aufgabe. Band 2. Stuttgart, Klett, 1973.
- [3] Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin (Hrsg.): Rahmenlehrplan für die Sekundarstufe I, Mathematik, 2006.

³Wir dürfen nicht von dem Charakter des benutzten Lehrbuchs unmittelbar auf den Charakter des Unterrichts schließen wollen. Es ist ja keineswegs das Kennzeichen eines schlechten Lehrers, wenn man sich nicht in allem und jedem an das Schulbuch bindet. [1]